

Wie kann man das begründen? Zunächst beobachten wir, dass in dem Fall, dass der Dollarkurs auf 0,5 €/\$ fällt, der Optionskäufer die Option ausüben wird. Der Optionsverkäufer muss dann pro Optionsschein einen Dollar für 0,6 € vom Optionskäufer erwerben, erhält aber seinerseits beim Verkauf auf dem freien Markt nur 0,5 € pro Dollar. Im Ergebnis entspricht dies einer Zahlung von 0,1 € pro Optionsschein an den Optionskäufer.

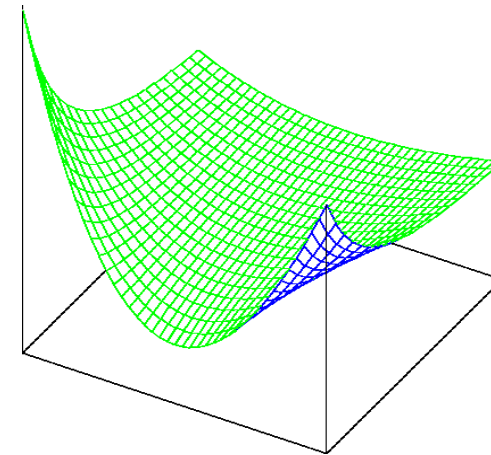
Nehmen wir nun an, dass der Verkäufer vom Käufer 0,06 € für die Option auf einen Dollar erhält. Er kann sich dann pro Optionsschein noch 0,20 \$ leihen und sofort zum aktuellen Kurs (0,7 € pro \$) umtauschen und erhält dafür 0,14 €. Seine Vermögensbilanz unmittelbar nach dem Verkauf eines Optionsscheins lautet also: ein Guthaben von 0,20 € (0,14 € aus dem Umtausch plus 0,06 € aus dem Verkauf der Option) einerseits und Schulden von 0,20 \$ andererseits.

Wie sieht die Situation nach Ablauf der 6 Monate aus? Fällt der Dollar in dieser Zeit auf 0,5 €/\$, so kann der Optionsverkäufer seine \$-Schuld von 0,20 \$ für 0,10 € pro Optionsschein zurückzahlen und behält 0,1 € – genau soviel, wie er an den Optionskäufer zahlen muss. Steigt der Dollar auf 1,0 €/\$, so kann der Optionsverkäufer exakt seine \$-Schuld aus seinem €Vermögen tilgen und macht weder Gewinn noch Verlust, hat aber andererseits auch keine Verpflichtungen gegenüber dem Optionskäufer.

Mittels der richtigen Dollarhandelsstrategie kann der Optionsverkäufer also exakt die Zahlungen reproduzieren, die er an den Optionskäufer zu leisten hat. Er braucht dazu ein Anfangsvermögen von 0,06 € – dies ist der faire Preis der Option. Ein höherer Preis ist nicht gerechtfertigt. Ein Preis von z.B. 0,07 € würde dazu führen, dass der Verkäufer die obige Strategie, für die er 0,06 € braucht, durchführt und 0,01 € risikolos verdienen würde. Dies nennt man Arbitragegewinn und dies wird in einer vernünftigen Optionspreistheorie ausgeschlossen. Eben solchen risikolosen Gewinn kann man auch konstruieren, wenn der Preis kleiner als 0,06 € ist.

Wie oben erwähnt, ist dieses Modell viel zu simpel, um in dieser Form auf die Realität angewendet werden zu können. Es beinhaltet aber die entscheidende Idee. Um diese Idee auf realistische Modelle übertragen zu können – wie sie heute täglich von Investment-Banken und Broker-Häusern verwendet werden – bedarf es noch einiger spannender und interessanter Mathematik, für die wir hoffentlich Ihr Interesse geweckt haben.

Hedgen und Versichern



Finanz- und Versicherungsmathematik



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN
Vienna University of Technology

Informationsbroschüre

Jänner 2012

Bachelor- und Masterstudium der Finanz- und Versicherungsmathematik

Zum Wintersemester 2006/07 wurde an der Technischen Universität Wien das Studium der Finanz- und Versicherungsmathematik (englisch: Financial and Actuarial Mathematics) in ein Bachelor- und ein Masterstudium umstrukturiert.

Das Bachelorstudium kombiniert eine fundierte mathematische Ausbildung mit wirtschaftlichen und rechtlichen Grundkenntnissen. Es ist flexibel und praxisnah gestaltet. Ein Projektpraktikum in enger Zusammenarbeit mit einem Unternehmen der Finanz- oder Versicherungsbranche ist ein wichtiger Bestandteil der Ausbildung. Flexibilität entsteht durch den Aufbau des Studiums, der sowohl einen ersten akademischen, berufsqualifizierenden Abschluss als Bachelor nach sechs Semestern ermöglicht, sowie einen weiteren als DiplomingenieurIn nach vier zusätzlichen Semestern im Masterstudium. Ferner sind mit diesen beiden Abschlüssen und drei Berufsjahren alle Voraussetzungen für die Aufnahme in die Sektion Anerkannter Aktuar (Versicherungsmathematiker) der Aktuarvereinigung Österreichs erfüllt (www.avoe.at).

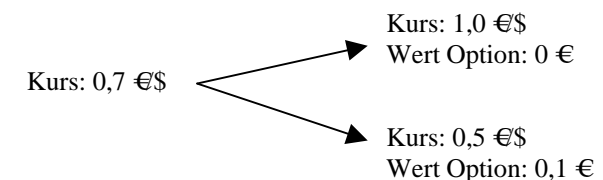
Während des ersten Studienjahres ist ein Wechsel in die drei anderen mathematischen Bachelorstudien der TU Wien problemlos möglich (gleicher Katalog von Pflichtfächern). Der Bachelor ermöglicht die Zulassung zu jedem mathematischen Masterstudium der TU Wien, sowie den Wechsel an eine andere in- oder ausländische Universität. Nach dem Masterstudium bietet sich für besonders qualifizierte Absolventen, meist finanziell gefördert im Rahmen eines Forschungsprojekts, die Möglichkeit zur Promotion.

Berufsbild und -aussichten

Die Tätigkeit von Finanz- und VersicherungsmathematikerInnen hat große Bedeutung und eine lange Tradition. Zur klassischen Domäne der Lebensversicherung haben sich spannende neue Aufgaben gesellt: Berechnungen für Pensionskassen, Beratungstätigkeiten, Tarifierung in der Sach- und Rückversicherung, Optionsbewertungen, Asset-Liability-Management, Portfoliomanagement, sowie Risikomanagement (Markt-, Kredit- und operationelles Risiko). Die letztgenannten Aufgaben haben vor allem bei Banken und der Finanzmarktaufsicht große Bedeutung.

Das ist natürlich eher unrealistisch, weil prinzipiell jeder Wert möglich ist. In der Realität wären auch noch andere Aspekte zu beachten, wie etwa die (normalerweise unterschiedlichen) Zinsen in der Euro-Zone und den USA. Wir lassen dies alles jedoch außer Acht, um uns nicht in Details zu verlieren und die grundlegende Idee herausarbeiten zu können.

Wie bereits erwähnt, liegt die Verlustschwelle für den Maschinenbauer bei einem Wechselkurs von 0,6 € pro Dollar. Zur Absicherung könnte er deshalb heute sogenannte *Put-Optionen* mit Basispreis 0,6 € und Laufzeit sechs Monate kaufen. Diese Option gibt ihrem Käufer das Recht (aber nicht die Pflicht), nach sechs Monaten einen Dollar zum fixierten Wechselkurs von 0,6 €\$ an den Emittenten der Option zu verkaufen, auch wenn der Kurs am Fremdwährungsmarkt zwischenzeitlich unter 0,6 €\$ gefallen sein sollte. Wenn der Kurs nach sechs Monaten jedoch über 0,6 €\$ liegt, wird der Optionskäufer seine Dollar lieber auf dem freien Markt verkaufen und die Option verfallen lassen. Dem Emittenten der Option, d.h. dem Verkäufer der Option, entsteht im ungünstigen Fall ein Verlust (wenn der Kurs unter 0,6 €\$ fällt), und im günstigen Fall (Kurs über 0,6 €\$) erwachsen ihm in 6 Monaten keine Verpflichtungen aus dem Verkauf der Option. Es ist klar, dass er beim Verkauf der Option vom Käufer eine angemessene Entschädigung („*fairer Preis*“) erhalten muss.



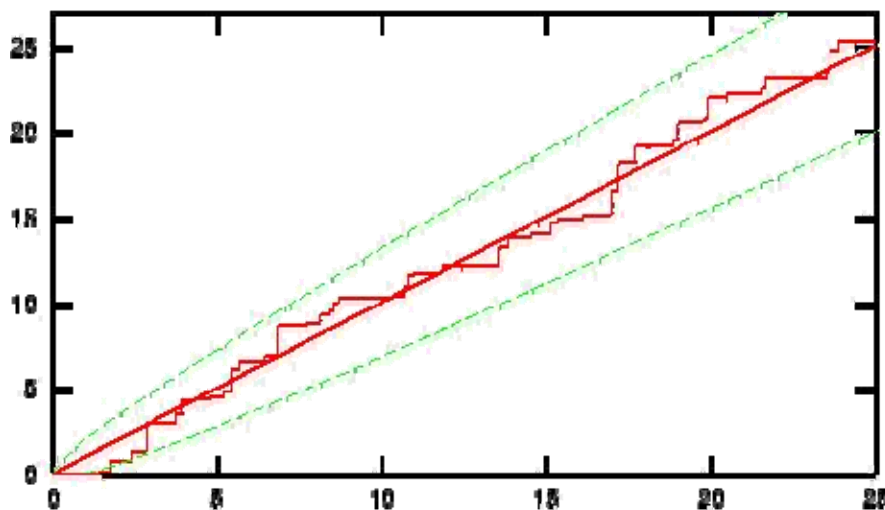
Wechselkursentwicklung und Optionswert, heute und in 6 Monaten.

Was ist in diesem Fall angemessen? Naheliegender wäre, wie bei der Transportversicherung vorzugehen und den erwarteten Verlust des Optionsverkäufers zu bestimmen. Doch dazu müsste man insbesondere die Wahrscheinlichkeit kennen, dass der Kurs auf 0,5 €\$ fällt.

Überraschenderweise kann man jedoch bereits ohne Kenntnis der Wahrscheinlichkeiten für unser vereinfachtes Modell sagen, dass der faire Preis der Put-Option für einen Dollar mit Basispreis 0,6 € genau 0,06 € ist.

Mindestprämie von 120.000 € und ein Sicherheitszuschlag in der Größenordnung von 60.000 €

Das Versicherungsunternehmen bestimmt seine Prämie also auf der Grundlage eines statistischen Modells der Schadensverteilung und Schadenshäufigkeit. Das dafür nötige Know-how liefert die Versicherungsmathematik.



*Gesamtschadensprozess eines Versicherungsportfolios:
Die Treppenfunktion beschreibt die aufaddierten Schäden, die Gerade stellt den mittleren Schadensverlauf dar, und die gestrichelten Linien geben die Standardabweichung vom Mittelwert an.*

Optionspreis

Wie kann man sich gegen das Währungsrisiko schützen? Die Idee ist, ein Finanzgeschäft abzuschließen, das die möglichen Verluste begrenzt, aber leider auch die möglichen Gewinne schmälert. Um uns auf das Wesentliche beschränken zu können, betrachten wir das Beispiel stark vereinfacht.

Wir nehmen an, dass der Dollarkurs heute 0,7 €\$ beträgt und in sechs Monaten genau zwei Werte annehmen kann, nämlich 1,0 €\$ oder 0,5 €\$.

Aufgrund der stark steigenden Nachfrage nach gut ausgebildeten FinanzspezialistInnen sind die Berufschancen ausgezeichnet. Die Erfahrung hat gezeigt, dass sich durch die Zusammenarbeit mit Banken und Versicherungsgesellschaften schon während des Studiums interessante Einstiegschancen in den Beruf ergeben können. Eine Möglichkeit hierfür ist die Anfertigung einer Abschlussarbeit im Rahmen des Christian-Doppler-Labors für Portfolio Risk Management (<http://www.prismalab.at/>), in dem die Forschungsgruppe Finanz- und Versicherungsmathematik der TU Wien eng mit der Bank Austria Creditanstalt und der Österreichischen Bundesfinanzierungsagentur zusammenarbeitet. Für Stellenangebote im Finanzbereich siehe auch <http://www.fam.tuwien.ac.at/jobs/> und <http://www.math-jobs.com/>.

Einige Lehrveranstaltungen:

Finanzmathematik: Stochastische Prozesse und Zeitreihenanalyse, Finanzmathematik I: diskrete Modelle, Finanzmärkte und Finanzintermediation, Quantitative Methoden im Risikomanagement, Stochastische Analysis, Finanzmathematik II: zeitstetige Modelle, Stochastische Kontrolltheorie.

Versicherungsmathematik: Lebensversicherungsmathematik, Risiko- und Ruintheorie, Personenversicherungsmathematik, Versicherungsbetriebslehre, Sach- und Schadensversicherungsmathematik, Rückversicherung.

Ferner kommen die Studierenden in Spezialvorlesungen und Seminaren mit dem aktuellen Stand der Forschung in Kontakt.

Forschungsgruppe Finanz- und Versicherungsmathematik

Univ.Prof. Dr. Uwe Schmock, Privatdoz. Dr. Stefan Gerhold,
Ao.Univ.Prof. Dr. Peter Grandits, Ao.Univ.Prof. Dr. Friedrich Hubalek,
Sekretariat: Sandra Trenovatz

TU Wien, Wiedner Hauptstraße 8/105-1, A-1040 Wien,
Freihaus, 7. Stock, grüner Bereich

Tel.: +43-1-58801 10511 E-Mail: fam@fam.tuwien.ac.at
Fax: +43-1-58801 10599 Web: <http://www.fam.tuwien.ac.at/>

Studienrichtungsvertretung: Fachschaft Mathematik

Freihaus, 1. Stock, roter Bereich E-Mail: strv@fsmat.at
Tel.: +43-1-58801 49544 Web: <http://www.fsmat.at/>

Worum geht es in der Finanz- und Versicherungsmathematik? Auf den folgenden Seiten versuchen wir beispielhaft, einen Eindruck von den wesentlichen Begriffen zu geben: ihrer wirtschaftlichen Bedeutung einerseits und ihrer mathematischen Modellierung andererseits.

Hedgen und Versichern

Grob gesagt ist der Unterschied zwischen Finanzmathematik und Versicherungsmathematik derselbe wie zwischen „hedgen“ und „versichern“. Den neudeutschen Ausdruck *hedgen* könnte man mit *absichern* übersetzen. Er ist seit dem Wirtschaftsnobelpreis für Merton und Scholes 1997 für die Black-Scholes-Optionspreisformel in aller Munde. Was ist also der Unterschied zwischen *ab-* und *versichern*?

Betrachten wir das Beispiel eines Maschinenbauers, der mit einem amerikanischen Kunden einen Vertrag über die Lieferung einer Maschine abschließt.

Vertragsabschluss:	heute
Lieferfrist:	6 Monate
Zahlung nach Auslieferung in die USA:	100 Mio \$

Für den Maschinenbauer ist dieses Geschäft mit mehreren Risiken verbunden. Wir greifen hier zwei heraus.

Transportrisiko: Die Maschine könnte während des Transports nach Amerika teilweise oder sogar irreparabel beschädigt werden.

Währungsrisiko: In sechs Monaten könnte der Dollarkurs so weit fallen, dass das Geschäft für den Maschinenbauer nicht mehr rentabel ist. Für das Beispiel nehmen wir an, dass ein €Preis von 60 Mio. € für die Maschine gerade noch kostendeckend wäre, d.h. ein Dollarkurs von 0,6 Euro pro Dollar wäre gerade noch erträglich, bei einem niedrigeren Dollarkurs würde das Unternehmen aber Verluste machen.



Gegen das Transportrisiko kann sich der Maschinenbauer bei einer Versicherungsgesellschaft versichern. Wie berechnet das Unternehmen die Prämie?

Versicherungsprämie

Das Versicherungsunternehmen wird versuchen, aufgrund von Statistiken über Transportschäden in der Vergangenheit den *Erwartungswert der Schadenssumme* zu schätzen, um daraus die Prämie kalkulieren zu können.

Der Erwartungswert ist die *Mindestprämie*, die das Unternehmen verlangen muss, wenn es im Mittel die eintretenden Schäden durch die Prämieinnahmen abdecken will. Tatsächlich wird das Unternehmen zusätzlich zu der Mindestprämie noch einen *Sicherheitszuschlag* verlangen. Die Höhe dieses Zuschlages könnte zum Beispiel davon abhängen, ob im Mittel bei Transportschäden die Schadenssummen stark oder weniger stark vom Erwartungswert abweichen, d.h. wie groß die *Standardabweichung* der Schadenssumme ist.

Nehmen wir an, dass aus der Erfahrung bekannt ist, dass der mittlere prozentuale Schaden 0,2% und dass die Standardabweichung 0,1% beträgt. Damit ergibt sich für eine Versicherungssumme von 60 Mio. € eine